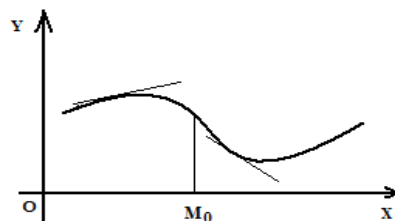


13 практикалық сабақ

Функцияның ойыс-дөңестігі. Иілу нүктесі.

Егер x_0 нүктесінің кез келген аймағында қисық өзіне жүргізілген жанамадан жоғары (төмен) жататын болса, онда қисықты сол аймақта *ойыс (дөңес)* деп атайды.

Қисықтың ойыстығы дөңестікке және, керісінше, дөңестігі ойыстыққа ауысатын нүктесі *иілу нүктесі* делінеді (3.3 Сурет).



3.3 Сурет

Функция графигінің ойыс – дөңестігінің жеткілікті шарты. Егер $(a;b)$ интервалында $f''(x) > 0$ болса, онда осы интервалда функция графигі ойыс болады; егер $f''(x) < 0$ болса, онда осы интервалда функция графигі - дөңес.

Иілу нүктесінің қажетті шарты. Егер x_0 нүктесінде $f(x)$ функциясының үзіліссіз екінші ретті туындысы бар және x_0 иілу нүктесі болса, онда $f''(x_0) = 0$ (немесе $f''(x_0)$ анықталмайтын) болады.

$f''(x) = 0$ болатын немесе $f''(x)$ анықталмайтын нүктелер *II текті кризистік нүктелер* делінеді.

Иілу нүктесінің жеткілікті шарттары.

I. Егер $y = f(x)$ функциясының x_0 - үзіліссіз II текті кризистік нүктесі болса және сол нүктеден өткенде $f''(x)$ таңбасын (+)-тен (-)-ке, не, керісінше, (-)-тен (+)-ке өзгертсе, онда x_0 иілу нүктесі болады.

II. Егер $f(x)$ функциясының x_0 нүктесінде үзіліссіз үшінші ретті туындысы бар және $f''(x_0) = 0, f'''(x_0) \neq 0$ болса, онда x_0 берілген функцияның иілу нүктесі болады.

507. $y = x^5 + 5x - 6$ функция графигінің ойыс және дөңес аралықтарын табу керек.

Шешуі: $y' = 5x^4 + 5 \Rightarrow y'' = 20x^3$. Егер $x < 0$, онда $y'' < 0$, яғни қисық – дөңес; егер $x > 0$, онда $y'' > 0$, яғни қисық – ойыс. Сонымен, қисық $(-\infty; 0)$ аралығында дөңес, ал $(0; +\infty)$ аралығында ойыс. ▲

508. $y = (x + 1)^2 \cdot (x - 2)$ функциясының экстремумдарын және оның графигінің иілу нүктелерін табу керек.

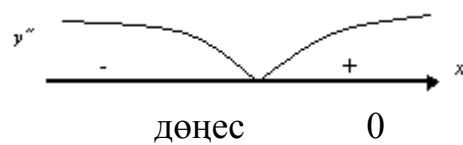
Шешуі: $y' = 2(x + 1) \cdot (x - 2) + (x + 1)^2 = 3(x^2 - 1)$. Бірінші туындының түбірлері: $x_1 = -1; x_2 = 1$.

Екінші туындыны табайық: $y'' = 6x$. Кризистік нүктелердегі екінші туындының мәндерін табайық:

$$y''(-1) = -6 < 0, \text{ яғни } y_{\max} = 0; \quad y''(1) = 6 > 0, \text{ яғни } y_{\min} = -4.$$

Енді иілу нүктесін табайық, ол үшін екінші туындыны нөлге теңестіреміз:

$$6x = 0 \Rightarrow x = 0.$$



$x = 0$ нүктесінен өткенде y'' таңбасы (-)-тен (+)-ке өзгереді, яғни дөңестік ойыстыққа ауысады, сондықтан $y(0) = -2$ нүктесі – иілу нүктесі болады.